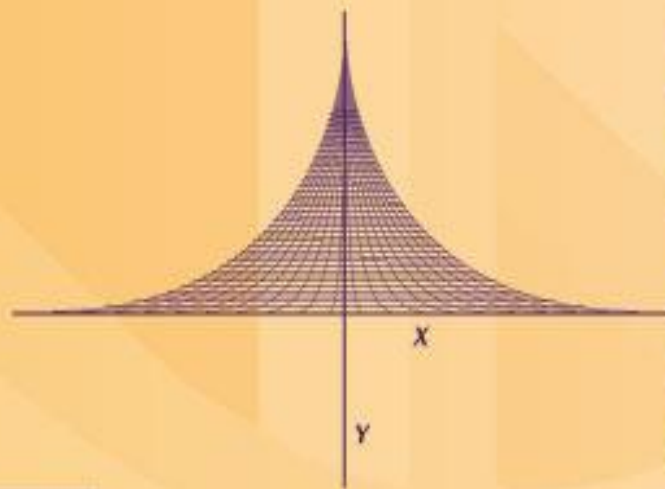




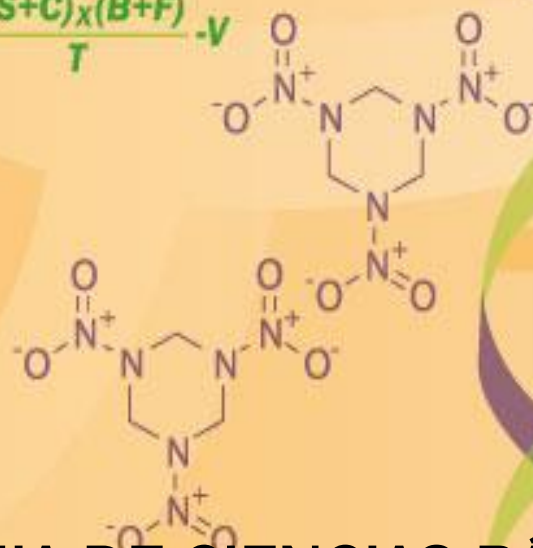
Subsistema de  
**Universidades  
Politécnicas**

# **Manual de Asignatura**

CDI-CV  
REV00



$$i = \frac{(S+C)x(B+F)}{T} \cdot v$$



**ACADEMIA DE CIENCIAS BÁSICAS**

**CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL**

## Directorio

**Lic. Emilio Chuayffet Chemor**  
Secretario de Educación

**Dr. Fernando Serrano Migallón**  
Subsecretario de Educación Superior

**Mtro. Héctor Arreola Soria**  
Coordinador General de Universidades Tecnológicas y Politécnicas

**Dr. Gustavo Flores Fernández**  
Coordinador de Universidades Politécnicas.

## PÁGINA LEGAL

### Participantes

M.C. Guillermo Arzate Martínez - Universidad Politécnica de Guanajuato

M.C. Lizzette Moreno García - Universidad Politécnica de Guanajuato

M.C. Ulises Arcadio Ascencio Frías - Universidad Politécnica de Guanajuato

M.C. Lourdes Cortés Campos - Universidad Politécnica de Guanajuato

Dr. Dimas Talavera Velázquez - Universidad Politécnica de Guanajuato

M.C. Raúl Villanueva Vallejo - Universidad Politécnica de Durango

Primera Edición: 2010

DR© 2010\_ Coordinación de Universidades Politécnicas.

Número de registro:

México, D.F.

ISBN\_\_\_\_\_

## ÍNDICE

Introducción.....	1
Ficha técnica.....	2
Programa de Estudios.....	4
Desarrollo prácticas.....	9
Instrumentos de evaluación.....	18
Glosario.....	30
Bibliografía.....	31

## INTRODUCCIÓN


La historia del cálculo, comienza desde que inició la historia del hombre, cuando este vio la necesidad de contar e intentar explicarse los fenómenos que le rodeaban.

Aunque los antiguos matemáticos griegos como Arquímedes ya contaban con métodos aproximados para el cálculo de volúmenes, áreas y longitudes de curvas, fue gracias al planteamiento y desarrollo de las bases del cálculo Diferencial e Integral que aún, en la actualidad, es el lenguaje natural con el que podemos conocer e interpretar el mundo en que vivimos, ya que permite modelar fenómenos físicos, químicos, biológicos, sociales, etc., al relacionar las variables del fenómeno con sus razones de cambio.

Fueron Isaac Newton y Gottfried Wilhelm Leibniz quienes comenzaron a plantear las bases del cálculo. Por esto y por sus otras contribuciones al tema se les considera los inventores del cálculo.

Nada en nuestro alrededor es estático, pero es posible predecir algunos fenómenos relativos al movimiento, trayectorias y crecimientos por medio del cálculo Diferencial e integral. Por todo esto es que se considera al cálculo como uno de los logros científicos más grandes de todos los tiempos.

La asignatura de Cálculo diferencial e Integral, permite al estudiante modelar procesos o sistemas en base a teoremas fundamentales del cálculo, con el propósito de tomar decisiones con base matemática y resolver problemas relativos a la Ingeniería.

 <p data-bbox="240 371 392 405"> <small>Sistema de</small>  <b>Universidades</b>  <b>Politécnicas</b> </p>	<b>FICHA TÉCNICA</b> <b>NOMBRE DE LA ASIGNATURA</b>
---	--

Nombre:	Cálculo diferencial e integral
Clave:	CDI-CV
Justificación:	Los contenidos de la asignatura Cálculo Diferencial e Integral, son importantes para poder establecer los nexos necesarios y conceptuales para los futuros cursos de ingeniería. Es necesario además establecer los fundamentos y competencias necesarias para que el ingeniero logre modelar, interpretar y solucionar situaciones de su vida laboral y social de una forma óptima.
Objetivo:	Que el alumno desarrolle las capacidades y habilidades necesarias para aplicar el cálculo, como una herramienta matemática, para solucionar problemas prácticos reales de ingeniería.
Conocimientos previos:	Álgebra

Capacidades asociadas	
1.	Comprender los conceptos básicos de la matemática universitaria
2.	Utilizar el lenguaje de la matemática para expresarse correctamente
3.	Formular problemas en lenguaje matemático para facilitar su análisis y solución
4.	Utilizar modelos matemáticos para la descripción de situaciones reales
5.	Utilizar las herramientas computacionales de cálculo numérico y simbólico en el planteamiento y resolución de problemas
6.	Aplicar el razonamiento lógico deductivo para la solución de problemas
7.	Aplicar principios, leyes y teorías generales para encontrar soluciones a problemas particulares.

	Unidades de aprendizaje	HORAS TEORÍA		HORAS PRÁCTICA	
		Presencial	No presencial	Presencial	No presencial
Estimación de tiempo (horas) necesario para transmitir el aprendizaje al alumno, por Unidad de Aprendizaje:	UNIDAD I Funciones, límites y continuidad	8	1	10	3
	UNIDAD II Derivación	8	2	16	6
	UNIDAD III Integración	10	2	19	8
	UNIDAD IV Aplicaciones básicas del calculo	0	0	19	8
	Total de horas por cuatrimestre:	120			
Total de horas por semana:	6				
Créditos:	7				
Bibliografía:	<p>Título: Cálculo Diferencial e Integral  Autor: Stewart, J.  Año: 2006  Editorial: Thomson (2ª)  Lugar: México  ISBN o registro: 970-686-127-0</p> <p>Título: Cálculo  Autor: Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B.  Año: 2005  Editorial: McGraw-Hill Interamericana (8ª)  Lugar: México  ISBN o registro: 5-88417-028-9</p> <p>Título: Cálculo  Autor: Ayres, F., Mendelson, E.  Año: 2000  Editorial: McGraw-Hill  Lugar: Colombia  ISBN o registro: 958-41-0131-5</p>				

PROGRAMA DE ESTUDIO																			
DATOS GENERALES																			
NOMBRE DEL GRUPO RESPONSABLE:	Ciencias Básicas																		
NOMBRE DE LA ASIGNATURA:	Cálculo Diferencial e Integral																		
CLAVE DE LA ASIGNATURA:	CDI-CV																		
OBJETIVO DE LA ASIGNATURA:	El alumno será capaz de aplicar el calculo como una herramienta matemática para solucionar problemas prácticos reales de Ingeniería																		
TOTAL HRS. DEL CUATRIMESTRE:	120 HORAS																		
FECHA DE EMISIÓN:	3 de Marzo de 2010																		
UNIVERSIDADES PARTICIPANTES:	Universidad Politécnica de Guanajuato, Universidad Politécnica de Durango																		
UNIDADES DE APRENDIZAJE	RESULTADOS DE APRENDIZAJE	EVIDENCIAS	ESTRATEGIA DE APRENDIZAJE										Evaluación				OBSERVACIÓN		
			TÉCNICAS SUGERIDAS		ESPACIO EDUCATIVO			MOVILIDAD FORMATIVA		MATERIALES REQUERIDOS	EQUIPOS REQUERIDOS	TOTAL DE HORAS				TÉCNICA		INSTRUMENTO	
			PARA LA ENSEÑANZA (PROFESOR)	PARA EL APRENDIZAJE (ALUMNO)	AULA	LABORATORIO	OTRO	PROYECTO	PRÁCTICA			TEÓRICA	PRÁCTICA	Presente	NO Presente				Presente
FUNCIONES, LÍMITES Y CONTINUIDAD	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: Resolver problemas de Ingeniería aplicando los conceptos de límites y continuidad en la descripción del comportamiento de funciones	EC1: Resolver cuestionario de función, límites y continuidad EP1: Resolver ejercicios de la notación epsilon delta de límites y continuidad en forma manual y utilizando software especializado EP2: Resolver problemas con las leyes y teoremas aplicables a límites y continuidad de funciones	1. ACTIVIDAD POOL INTRODUCCIONIA (CONCEPTO DE LÍMITE Y FUNCIÓN) 2. EXPOSICIÓN (NOTACIÓN Y TEOREMAS DE FUNCIONES Y LÍMITES)	1. LLUVIA DE IDEAS 2. RESOLVER SITUACIONES PROBLEMÁTICAS	X	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	Material Impreso, formulario, software libre, pizarra y plumón	Calculadora, computadora, cañón	8	1	10	3	Documental	*Cuestionario de funciones, límites y continuidad *Lista de cotejo de ejercicios de funciones y límites de forma manual y aplicando software *Lista de cotejo de problemas utilizando leyes y teoremas aplicables a límites y continuidad de funciones	
DERIVACIÓN	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: Derivar funciones algebraicas y trascendentes empleando las reglas que proporciona el cálculo diferencial	EC1: Resolver cuestionario de la derivada y su campo de aplicación EP1: Resolver problemas de funciones algebraicas y trascendentes, aplicando las reglas de la derivación	1. DISCUSIÓN GUIADA (CONCEPTO DE DERIVADA) 2. EXPOSICIÓN (CONCEPTO DE DERIVADA Y REGLAS DE DERIVACIÓN)	1. LLUVIA DE IDEAS 2. RESOLVER SITUACIONES PROBLEMÁTICAS 3. INSTRUCIÓN PROGRAMADA	X	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	Material Impreso, formulario, software libre, pizarra y plumón	Calculadora	8	2	16	6	Documental	*Cuestionario sobre el concepto de la derivada y su campo de aplicación *Lista de cotejo de resolución de ejercicios de derivación de funciones algebraicas y trascendentes	
INTEGRACIÓN	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: Integrar funciones sencillas empleando las técnicas que proporciona el cálculo integral	EC1: Resolver cuestionario del teorema fundamental del cálculo y el concepto de integral EP1: Resolver problemas sencillos empleando las técnicas de integración de forma manual y utilizando software especializado	1. DISCUSIÓN GUIADA (CONCEPTO DE INTEGRAL) 2. EXPOSICIÓN (CONCEPTO DE INTEGRAL Y TÉCNICAS DE INTEGRACIÓN)	1. LLUVIA DE IDEAS 2. RESOLVER SITUACIONES PROBLEMÁTICAS 3. INSTRUCIÓN PROGRAMADA	X	N/A	N/A	N/A	N/A	N/A	Material Impreso, formulario, software libre, pizarra y plumón	Calculadora, computadora, cañón	10	2	19	8	Documental	*Cuestionario sobre el teorema fundamental del cálculo y el concepto de integral *Lista de cotejo de resolución de problemas con la aplicación de las técnicas de integración de forma manual y utilizando software	
APLICACIONES BÁSICAS DEL CÁLCULO	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de plantear y solucionar problemas reales de Ingeniería mediante el cálculo.	EP1: Resolver casos aplicando los principios, leyes y teorías del cálculo integral y diferencial	1. ESTUDIO DE CASO 2. OBTENCIÓN MEDIANTE PISTAS	1. ESTUDIO DE CASO 2. MESA REDONDA 3. LLUVIA DE IDEAS	X	X	X	N/A			1. Construcción de un recipiente de volumen definido con el costo mínimo a partir de dos materiales de distintos precios (2 horas). 2. Construcción de un canal de área máxima (1 hora). 3. Construcción de una caja de volumen máximo (1 hora). 4. Aproximación del área bajo una curva a partir de rectángulos de distinta base (2 horas). 5. Aproximación del volumen de una pirámide con uso de integrales múltiples.	Material Impreso, formulario, material para prácticas, pizarra y plumón	Calculadora	0	0	19	8	Documental	*Lista de cotejo de prácticas para la resolución de estudios de caso y problemas





# Desarrollo de Prácticas

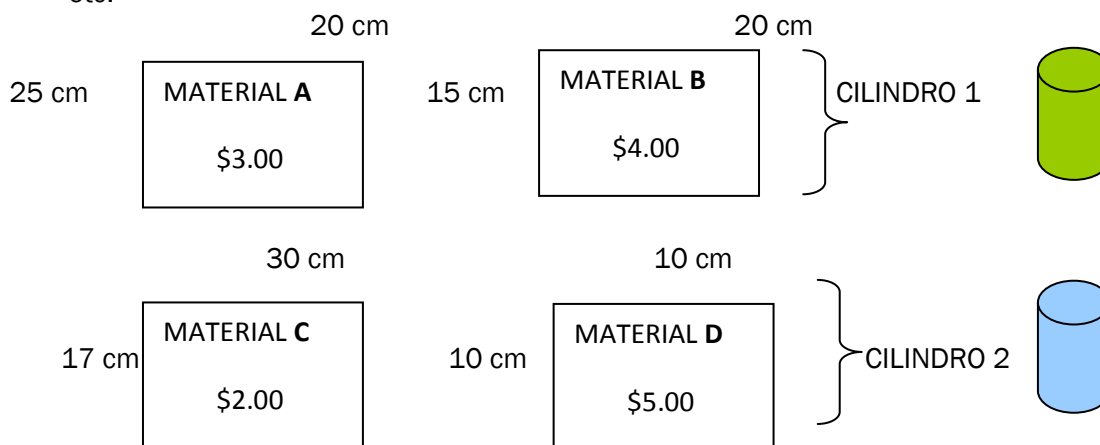


## DESARROLLO DE LA PRÁCTICA O ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE


Nombre de la asignatura:	Cálculo Diferencial e Integral		
Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Aplicaciones básicas del Cálculo		
Nombre de la Actividad de aprendizaje	Construcción de dos recipientes de volumen máximo a partir de cuatro materiales de distinto precio.		
Número :	1	Duración (horas) :	2
Resultado de aprendizaje:	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: plantear y solucionar problemas reales de ingeniería mediante el cálculo.		
Justificación	El alumno aplicará los conocimientos vistos en clase con respecto a la derivación y su aplicación en máximos y mínimos.		

### Desarrollo:

1. Emplear cuatro tipos de papel (A, B, C y D) o cartoncillo. Seleccionar material fácilmente manipulable para cortes y dobleces. Se empleará pegamento, navaja, tijeras, cinta adhesiva, etc.



2. Se construirán dos cilindros con volumen máximo. Para el primer cilindro se emplearán los materiales A y B. Para la elaboración del cilindro dos se utilizarán el material C y D. El cuerpo del cilindro será elaborado con el material más barato, las tapas del cilindro se construirán con el material más caro.
3. El objetivo es analizar y decidir con cuál de los dos cilindros se obtiene el máximo volumen y el menor costo. Se pueden variar y ajustar costos y dimensiones según se desee.
4. Establecer ecuaciones. La ecuación restricción, sujeta al área o perímetro de material disponible y la ecuación del volumen a maximizar.
5. Asociar las ecuaciones y establecer la derivada del volumen con respecto a una variable (alguna dimensión buscada).

- 
6. Solucionar y construir la figura en base a los cálculos.
  7. Evaluar el costo de construir cada cilindro. Determinar el costo del cuerpo del cilindro y de sus respectivas tapas.
  8. Tomar una decisión y seleccionar un cilindro en base a la relación volumen/costo.

Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica, ejercicio o actividad de aprendizaje:  
EP1: Resolver casos aplicando los principios, leyes y teorías del cálculo integral y diferencial



Subsistema de  
Universidades  
Politécnicas

## DESARROLLO DE LA PRÁCTICA O ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Nombre de la asignatura:	Cálculo Diferencial e Integral		
Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Aplicaciones básicas del Cálculo		
Nombre de la Actividad de aprendizaje	Construcción de un corral de área máxima (1 hora).		
Número :	2	Duración (horas) :	1
Resultado de aprendizaje:	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: plantear y solucionar problemas reales de ingeniería mediante el cálculo.		
Justificación	El alumno aplicará los conocimientos vistos en clase con respecto a la derivación y su aplicación de máximos y mínimos.		
Desarrollo: 1. Emplear una cuerda, rafia o listón. Emplear por equipo o de manera individual distintas longitudes. 2. Establecer ecuaciones. La ecuación restricción, sujeta a la longitud de material disponible y la ecuación del área a maximizar. 4. Asociar las ecuaciones y establecer la derivada del área con respecto a una variable (alguna dimensión buscada). 5. Solucionar y acordonar el área del corral en base a los cálculos previamente efectuados.			
Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica, ejercicio o actividad de aprendizaje: EP1: Resolver casos aplicando los principios, leyes y teorías del cálculo integral y diferencial			



Subsistema de  
Universidades  
Politécnicas

## DESARROLLO DE LA PRÁCTICA O ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Nombre de la asignatura:	Cálculo Diferencial e Integral		
Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Aplicaciones básicas del Cálculo		
Nombre de la Actividad de aprendizaje	Construcción de una caja de volumen máximo		
Número :	3	Duración (horas) :	1
Resultado de aprendizaje:	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: plantear y solucionar problemas reales de ingeniería mediante el cálculo.		
Justificación	El alumno aplicará los conocimientos vistos en clase con respecto a la derivación y su aplicación de máximos y mínimos.		
Desarrollo:	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Seleccionar material fácilmente manipulable para cortes y dobleces. Puede utilizarse cartulina, cartón delgado, etcétera. Se empleará pegamento, navaja, tijeras, cinta adhesiva y en general instrumentos para cortar, unir, pegar.</li><li>2. Fijar restricciones de material a emplear. Se pueden designar por equipo o de manera individual distintos tamaños de cartulina.</li><li>3. Establecer ecuaciones. La ecuación restricción, sujeta al perímetro o área del material disponible y la ecuación del volumen a maximizar.</li><li>4. Asociar las ecuaciones y establecer la derivada del volumen con respecto a una variable (alguna dimensión buscada).</li><li>5. Solucionar y elaborar la caja en base a los cálculos previamente efectuados.</li></ol>		
Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica, ejercicio o actividad de aprendizaje:	EP1: Resolver casos aplicando los principios, leyes y teorías del cálculo integral y diferencial		




## DESARROLLO DE LA PRÁCTICA O ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Nombre de la asignatura:	Cálculo Diferencial e Integral		
Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Aplicaciones básicas del Cálculo		
Nombre de la Actividad de aprendizaje	Aproximación del área bajo una curva a partir de rectángulos de distinta base		
Número :	4	Duración (horas) :	2 h
Resultado de aprendizaje:	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: plantear y solucionar problemas reales de ingeniería mediante el cálculo.		
Justificación	El alumno aplicará los conocimientos vistos en clase con respecto a la derivación y su aplicación en máximos y mínimos.		
<p>Desarrollo:</p> <p>Dada una función <math>f(x) &gt; 0</math> en un intervalo <math>[a, b]</math>, para encontrar el área bajo la curva procedemos como sigue:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. En una hoja, dibujar una curva representada por una ecuación, por ejemplo <math>y = x^2 + 1</math>, acotada por un intervalo <math>[a, b]</math> colocarla dentro de un plano cartesiano (ver figura), en una escala adecuada.</li> </ol> <div data-bbox="159 1131 542 1467" data-label="Figure"> </div> <ol style="list-style-type: none"> <li>2. Elaborar con cartulina varios rectángulos de igual base, y colocándolos bajo el área de la curva, acomodarlos de manera que ocupen la mayor área (recortar la altura de ser necesario).</li> <li>3. Calcular el área de todos los rectángulos y sumarla, el resultado obtenido representa el área bajo la curva.</li> <li>4. Recortar rectángulos de base más pequeña cada vez, con la finalidad de calcular de manera más aproximada el área.</li> </ol> <ol style="list-style-type: none"> <li>5. El área de los <math>n</math> rectángulos es entonces:           <math display="block">\sum_{k=1}^n [f(x) \cdot \Delta x]</math> <p>A la sumatoria anterior se le conoce como Sumatoria de Riemann</p> </li> <li>6. Resolver mediante una integral el área de la curva bajo los límites preestablecidos.</li> <li>7. Al área calculada restarle el área total calculada con ayuda de los rectángulos, la diferencia que sea menor será aquella que nos dé una mejor aproximación del área.</li> </ol>			
<p>Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica, ejercicio o actividad de aprendizaje:</p> <p>EP1: Resolver casos aplicando los principios, leyes y teorías del cálculo integral y diferencial</p>			



Subsistema de  
Universidades  
Politécnicas

## DESARROLLO DE LA PRÁCTICA O ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Nombre de la asignatura:	Cálculo Diferencial e Integral		
Nombre de la Unidad de Aprendizaje:	Aplicaciones básicas del Cálculo		
Nombre de la Actividad de aprendizaje	Aproximación del volumen de una pirámide con uso de integrales múltiples		
Número :	5	Duración (horas) :	2 h
Resultado de aprendizaje:	Al completar la unidad de aprendizaje, el alumno será capaz de: plantear y solucionar problemas reales de ingeniería mediante el cálculo.		
Justificación	El alumno aplicará los conocimientos vistos en clase con respecto a la derivación y su aplicación de máximos y mínimos.		
Desarrollo:	 <ol style="list-style-type: none"><li>1. Material a utilizar: cartoncillo, tijeras, pegamento, canicas, balines, bolitas de unicel (esferas de diferente diámetro)</li><li>2. Construir un cono como el de la figura,</li><li>3. Llenar el cono de canicas, después de balines, calcular el volumen de cada cuerpo y multiplicarlo por el total de elementos, para obtener el volumen aproximado</li><li>4. Deducir mediante integrales múltiples el volumen del cono.</li><li>5. Calcular el grado de aproximación del volumen deducido contra el volumen aproximado</li></ol>		
Evidencia a generar en el desarrollo de la práctica, ejercicio o actividad de aprendizaje: EP1: Resolver casos aplicando los principios, leyes y teorías del cálculo integral y diferencial			



# Instrumentos de Evaluación



1. Defina los siguientes términos
  - a) Función
  - b) Relación
  - c) Dominio
  - d) Rango
  - e) Variable independiente
  - f) Variable dependiente
  - g) Asíntota
  - h) Función par
  - i) Función impar
  - j) Función valor absoluto
  - k) Función máximo entero
  
2. Responda con verdadero o falso a cada una de las siguientes aseveraciones. Justifique su respuesta.
  - a) Si dos rectas no verticales son paralelas tienen la misma pendiente
  - b) Es posible que dos rectas tengan pendientes positivas y sean perpendiculares
  - c) El dominio natural de:  $f(x) = \sqrt{-(x^2 + 4x + 3)}$  es el intervalo:  $-3 \leq x \leq -1$
  - d) El rango de  $f(x) = x^2 - 6$  es el intervalo  $[-6, \infty)$
  - e) La suma de dos funciones pares es una función par
  - f) El producto de dos funciones impares es una función impar
  - g) Si el rango de una función consiste en un solo número, entonces su dominio consiste en un solo número
  - h) La cotangente es una función impar
  
3. Enuncie la definición intuitiva de límite
  
4. Enuncie la definición formal de límite
  
5. Explique la diferencia entre límites al infinito y límites infinitos
  
6. ¿Cuándo una función es continua?

- Indique si la expresión es polinomio o no y por qué.
  - $2x^2 - 5x - 12$
  - $x^3 - \sqrt{4x} + 3x^{-3}$
  - $e^x$  donde  $x = 1$
  - $\ln x + \cos 2x^0$
  - $\frac{x^5}{\sqrt{x^3}} - x$
- Para  $f(x) = \frac{1}{(x+1)} - \frac{1}{x}$  determine cada valor (si es posible)
  - $f(1)$
  - $f(-\frac{1}{2})$
  - $f(-1)$
  - $f(t - 1)$
  - $f(\frac{1}{t})$
- Determine cuál de las siguientes funciones son impares, cuáles son pares, y cuáles no son pares ni impares:
  - $f(x) = \frac{(2x^3+x)}{(x^2+1)}$
  - $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$
  - $g(x) = |\text{sen}x| + \text{cos}x$
  - $h(x) = x^3 + \text{sen}x$
  - $k(x) = \frac{x^2+1}{|x|+x^4}$
- Dibuje la gráfica de cada una de las anteriores funciones con ayuda de un software.
- Una mosca está en el borde de una rueda que gira a una velocidad de 20 revoluciones por minuto. Si el radio de la rueda es de 9 pulgadas, ¿cuánto recorre la mosca en 1 segundo?

6. Resuelva los siguientes límites de forma manual y aplicando un software

a)  $\lim_{y \rightarrow 0} \frac{4t^2 + 3t + 2}{t^3 + 2t^2 - 6}$

b)  $\lim_{y \rightarrow \infty} \frac{4y^2 - 3}{2y^3 + 3y^2}$

c)  $\lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\sqrt{y} - \sqrt{y + \Delta y}}{\Delta y}$

d)  $\lim_{u \rightarrow -1} \frac{(u^2)^3 + 1}{u^2 - 1}$

e)  $\lim_{s \rightarrow a} \frac{s^4 - a^4}{s^2 - a^2}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4}$

7. Calcule los límites de las siguientes funciones y determine para qué valores de las variables independientes las funciones no son continuas. Explique sus respuestas.

a)  $f(x) = \frac{1}{x}$

b)  $f(x) = \frac{x^4 - a^4}{x^2 - a^2}$

c)  $f(x) = \sqrt{100 - x^2}$

d)  $f(x) = \ln x$

Nota: La definición de polinomio es aquel en el que la variable independiente está elevada a la  $n$  donde  $n$  es entero positivo, la variable independiente no debe estar en el denominador como  $n$  entero positivo, ni ser parte del argumento de funciones trascendentales.

1. En los problemas siguientes calcule los límites indicados o establezca que no existen

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x+2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{x}$

c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x-5}$

d)  $\lim_{y \rightarrow -\infty} \frac{9y^3+1}{y^2-2y+2}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-x-6}{x-3}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

2. A cada una de las siguientes aseveraciones responda con verdadero o falso. Justifique su respuesta.

a) Si  $f(c) = L$ , entonces  $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = L$

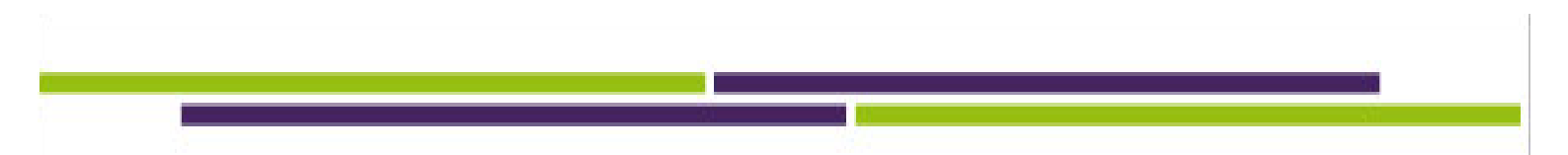
b) Si  $f$  es continua en  $c$ , entonces  $f(c)$  existe

c) Si  $f$  es continua y positiva en  $[a, b]$ , entonces  $\frac{1}{f}$  debe tomar todos los valores entre  $\frac{1}{f(a)}$  y  $\frac{1}{f(b)}$

3. En los siguientes problemas encuentre las asíntotas horizontales y verticales para las gráficas de las funciones indicadas. Después dibuje sus gráficas.

a)  $f(x) = \frac{3}{x+1}$

b)  $f(x) = \frac{14}{2x^2+7}$



c)  $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+5}}$

4. Un aeroplano despegue de un aeropuerto al mediodía y vuela con rumbo norte a 300 millas por hora. Otro avión parte del mismo aeropuerto una hora después y vuela con rumbo este a 400 millas por hora.
- ¿Cuáles son las posiciones de los aeroplanos a las 2:00 p.m.?
  - ¿Cuál es la distancia que separa a los dos aeroplanos a las 2:00 p.m.?
  - ¿Cuál es la distancia entre los aeroplanos a las 2:15 p.m.?



## CUESTIONARIO GUÍA SOBRE EL CONCEPTO DE DERIVADA Y SU CAMPO DE APLICACIÓN

1. Describa la derivada en términos de su interpretación geométrica
2. Describa la derivada en términos de su interpretación física
3. Describa una situación real en la que usted pueda aplicar el concepto de derivada en su vida cotidiana
4. Un experimento sugiere que un cuerpo que cae descenderá aproximadamente  $16t^2$  pies en  $t$  segundos
  - a) ¿Cuánto caerá entre  $t=0$  y  $t=1$ ?
  - b) ¿Cuánto caerá entre  $t=1$  y  $t=2$ ?
  - c) ¿Cuál es su velocidad promedio en el intervalo  $2 \leq t \leq 3$ ?
  - d) Encuentre su velocidad instantánea en  $t=2$
5. Si una partícula se mueve a lo largo de un eje coordenado, de modo que su distancia dirigida -medida desde el origen- después de  $t$  segundos es  $-t^2 + 4t$  pies, ¿cuándo la partícula está momentáneamente detenida?
6. Un objeto se mueve a lo largo de un eje coordenado horizontal, de tal manera que su posición en el instante  $t$  está especificada por  $s = t^3 - 3t^2 - 24t - 6$ . Aquí,  $s$  se mide en centímetros y  $t$ , en segundos. ¿Cuándo está frenándose el objeto; es decir, cuándo su rapidez está disminuyendo?
7. Explique por qué un punto que se mueve a lo largo de una línea está frenándose cuando su velocidad y su aceleración tienen signos opuestos

1. Encuentre la pendiente de la tangente a la curva  $y = f(x) = -x^2 + 2x + 2$  en los puntos con coordenada x de -1, 12, 2 y 3.
2. Encuentre la velocidad instantánea de un cuerpo que cae, partiendo del reposo, en los instantes  $t = 3.8$  y  $t = 5.4$  segundos.
3. Si  $f(x) = x^2 + 7x$ , encuentre  $f'(c)$ .
4. Use la regla del producto para encontrar la derivada de  $(3x^2 - 5)(2x^4 - x)$
5. Encuentre  $D_y = \frac{d}{dx} y$  si  $y = \frac{2}{x^4+1} + \frac{3}{x}$
6. Encuentre  $D_t = \frac{d}{dt} \left( \frac{t^3 - 2t + 1}{t^4 + 3} \right)$
7. Derivar  $y = (3x^2 + \sqrt{x^2 + 1})^{-\frac{2}{5}}$
8. Encuentre la pendiente de la tangente a la curva  $y = f(x) = -x^2 + 2x + 2$  en los puntos con coordenada x de -1, 12, 2 y 3.
9. Encuentre la velocidad instantánea de un cuerpo que cae, partiendo del reposo, en los instantes  $t = 3.8$  y  $t = 5.4$  segundos.
10. Si  $f(x) = x^2 + 7x$ , encuentre  $f'(c)$ .
11. Use la regla del producto para encontrar la derivada de  $(3x^2 - 5)(2x^4 - x)$
12. Encuentre  $D_y = \frac{d}{dx} y$  si  $y = \frac{2}{x^4+1} + \frac{3}{x}$
13. Encuentre  $D_t = \frac{d}{dt} \left( \frac{t^3 - 2t + 1}{t^4 + 3} \right)$
14. Derivar  $y = (3x^2 + \sqrt{x^2 + 1})^{-\frac{2}{5}}$



Subsistema de  
**Universidades  
Politécnicas**

## CUESTIONARIO GUÍA SOBRE EL TEOREMA FUNDAMENTAL DEL CÁLCULO Y EL CONCEPTO DE INTEGRAL

1. Enuncie el teorema fundamental del cálculo
2. Enuncie la definición de antiderivada
3. Explique el uso de la notación de sumatoria como aproximación al cálculo integral
4. ¿Es la integral un operador lineal? Justifique su respuesta
5. En los siguientes problemas encuentre los valores de la suma indicada

a)  $\sum_{k=1}^7 \frac{1}{k+1}$

b)  $\sum_{n=1}^6 n \cos(n\pi)$

c)  $\sum_{k=3}^7 \frac{(-1)^k 2^k}{k+1}$





1. En los siguientes problemas haga un bosquejo de la gráfica de la función que se da en el intervalo  $[a, b]$ ; después divida  $[a, b]$  en  $n$  subintervalos iguales. Por último, calcule el área del correspondiente polígono circunscrito
  - a)  $f(x) = x + 1; a = -1, b = 2, n = 3$
  - b)  $f(x) = 3x - 1; a = 1, b = 3, n = 4$
  - c)  $f(x) = x^2 - 1; a = 2, b = 3, n = 6$
2. En los siguientes problemas encuentre el área de la región bajo la curva  $y = f(x)$  en el intervalo  $[a, b]$ . Para hacer esto, divida el intervalo  $[a, b]$  en  $n$  subintervalos iguales, calcule el área del correspondiente polígono circunscrito y después haga  $n \rightarrow \infty$ 
  - a)  $y = x + 2; a = 0, b = 1$
  - b)  $y = x^2; a = -2, b = 2$
  - c)  $y = x^3 + x; a = 0, b = 1$

Resolver las siguientes integrales y expresar sus resultados en su mínima expresión:

#### Integración directa

1.  $\int \left( \frac{2a}{\sqrt{x}} - \frac{b}{x^2} + c \sqrt[3]{x^2} \right) dx$
2.  $\int \frac{1}{1+\cos x} dx$
3.  $\int \sin 2x \cos^3 2x dx$
4.  $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$
5.  $\int \frac{dx}{x^2+4x+3}$
6.  $\int \frac{6x}{\sqrt{1-x^4}} dx$

#### Integración por sustitución trigonométrica

7.  $\int \frac{dx}{(4x^2+4)^{\frac{3}{2}}}$
8.  $\int \frac{dx}{(5-x^2)^{\frac{3}{2}}}$

$$9. \int \frac{x^3}{\sqrt{x^2-6}} dx$$

$$10. \int \frac{1}{y^2\sqrt{y^2-7}} dy$$

$$11. \int \frac{x^2}{(x^2+8)^{\frac{3}{2}}} dx$$

**Integración por partes**

$$12. \int x \ln x dx$$

$$13. \int \sec^2 x dx$$

$$14. \int \frac{\ln(x+1)}{\sqrt{x+1}} dx$$

$$15. \int e^\theta \cos \theta d\theta$$

$$16. \int x a^x dx$$

**Integración por fracciones parciales**

$$17. \int \frac{(2x+3)}{x^3+x^2-2x} dx$$

$$18. \int \frac{z^2}{(z-1)^3} dz$$

$$19. \int \frac{4x^3+2x^2+1}{4x^3-x} dx$$

$$20. \int \frac{x^2-3}{(x+2)+(x+1)^2} dx$$

$$21. \int \frac{8}{x^3-4x} dx$$



Subsistema de  
**Universidades  
Politécnicas**

## PROPUESTA DE LISTA DE COTEJO PARA CUESTIONARIO

### DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN

Nombre(s) del alumno(s) y/o Equipo:		Firma del alumno(s):
Producto:	Nombre o tema de la Tarea:	Fecha:

### LISTA DE COTEJO PARA CUESTIONARIOS

#### UNIDAD 1:

EC1. Resolver cuestionario de función, límites y continuidad

#### UNIDAD 2:

EC1. Resolver cuestionario sobre el concepto de la derivada y su campo de aplicación

#### UNIDAD 3:

EC1: Resolver cuestionario del teorema fundamental del cálculo y el concepto de integral

Asignatura:	Grupo:	Periodo cuatrimestral:
Nombre del Docente:		Firma del Docente:

### INSTRUCCIONES

Revisar las características que se solicitan y califique en la columna "Valor Obtenido" el valor asignado con respecto al "Valor del Reactivo". En la columna "OBSERVACIONES" haga las indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuales son las condiciones no cumplidas.

Valor del reactivo	Característica a cumplir (Reactivo)	Valor Obtenido	OBSERVACIONES
10%	Entrega en tiempo y forma		
10%	Presentación (Portada, etc.), Limpieza del trabajo y Ortografía		
	<b>Desarrollo</b>		
80%	Solución correcta		
100%	<b>CALIFICACIÓN:</b>		



Subsistema de  
**Universidades  
Politécnicas**

## LISTA DE COTEJO PARA EJERCICIOS

### LISTA DE COTEJO PARA EJERCICIOS DE:

#### UNIDAD 1:

EP1. Resolver ejercicios de la notación aplicable a funciones y límites de forma manual y utilizando software especializado

EP2. Resolver problemas con las leyes y teoremas aplicables a límites y continuidad de funciones

#### UNIDAD 2:

EP1. Resolver problemas de funciones algebraicas y trascendentes, aplicando las reglas de la derivación

#### UNIDAD 3:

EP1. Resolver problemas aplicando las técnicas de integración de forma manual y utilizando software especializado

### DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN

Nombre(s) del alumno(s) y/o Equipo:		Firma del alumno(s):
Producto:	Nombre o tema del Ejercicio:	Fecha:
Asignatura:	Grupo:	Periodo cuatrimestral:
Nombre del Docente:		Firma del Docente:

### INSTRUCCIONES

Revisar las características que se solicitan y califique en la columna "Valor Obtenido" el valor asignado con respecto al "Valor del Reactivo". En la columna "OBSERVACIONES" haga las indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuáles son las condiciones no cumplidas.

Valor del reactivo	Característica a cumplir (Reactivo)	Valor Obtenido	OBSERVACIONES
5%	Es entregado puntualmente y en forma. Hora y fecha solicitada		
5%	Presentación (nombre del ejercicio, nombre de los integrantes/resumen/Introducción/desarrollo del ejercicio/análisis de resultados/conclusiones/referencias). Limpieza del trabajo y Ortografía		
	<b>Desarrollo</b>		
5%	Determinación de los objetivos tanto general como específicos		
5%	Planteamiento del ejercicio		
50%	Procedimiento y lógica de la solución.		
5%	Aplicación adecuada de formulas y tablas.		

20%	Resultados correctos.		
5%	Conclusión de los resultados obtenidos.		
100%	<b>CALIFICACIÓN:</b>		

LISTA DE COTEJO DE PRÁCTICAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN RECIPIENTE DE VOLUMEN DEFINIDO

**DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN**

Nombre(s) del alumno(s) y/o Equipo:		Firma del alumno(s):
Producto: RECIPIENTE DE VOLUMEN DEFINIDO	Nombre del Trabajo de Investigación:	Fecha:
Asignatura: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	Grupo:	Periodo cuatrimestral:
Nombre del Docente:		Firma del Docente:

Indique si es:	Práctica en el Aula	Práctica en Laboratorio	Práctica en Empresa
<b>INSTRUCCIONES</b>			
Revisar las características que se solicitan y califique en la columna "Valor Obtenido" el valor asignado con respecto al "Valor del Reactivo". En la columna "OBSERVACIONES" haga las indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuales son las condiciones no cumplidas.			
Valor del reactivo	Característica a cumplir (Reactivo)	Valor Obtenido	OBSERVACIONES
5%	Investigación previa y preparación de materiales e insumos		
10%	Organización del trabajo, definición de roles y participación y de todos los miembros del equipo		
40%	Cálculos y análisis matemáticos correctos		
30%	Modelo físico (cilindro)		
15%	Contenido del reporte de la Práctica y Conclusiones, así como su entrega, en tiempo y forma		
100%	<b>CALIFICACIÓN:</b>		

**LISTA DE COTEJO DE PRÁCTICAS PARA LA CONSTRUCCIÓN DE UN CORRAL DE ÁREA MÁXIMA**

**DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN**

Nombre(s) del alumno(s) y/o Equipo:		Firma del alumno(s):
Producto:  CORRAL	Nombre del Trabajo de Investigación:	Fecha:
Asignatura:  CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	Grupo:	Periodo cuatrimestral:
Nombre del Docente:		Firma del Docente:

Indique si es:	Práctica en el Aula	Práctica en Laboratorio	Práctica en Empresa
<b>INSTRUCCIONES</b>			
Revisar las características que se solicitan y califique en la columna "Valor Obtenido" el valor asignado con respecto al "Valor del Reactivo". En la columna "OBSERVACIONES" haga las indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuales son las condiciones no cumplidas.			
Valor del reactivo	Característica a cumplir (Reactivo)	Valor Obtenido	OBSERVACIONES
5%	Investigación previa y preparación de materiales e insumos		
10%	Organización del trabajo, definición de roles y participación y de todos los miembros del equipo		
40%	Cálculos y análisis matemáticos correctos		
30%	Elaboración del corral físicamente		
15%	Contenido del reporte de la Práctica y Conclusiones, así como su entrega, en tiempo y forma		
100%	<b>CALIFICACIÓN:</b>		

**LISTA DE COTEJO DE PRÁCTICAS PARA LA ELABORACIÓN DE UNA CAJA DE VOLUMEN MÁXIMO**

**DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN**

Nombre(s) del alumno(s) y/o Equipo:		Firma del alumno(s):
Producto: CAJA	Nombre del Trabajo de Investigación:	Fecha:
Asignatura: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	Grupo:	Periodo cuatrimestral:
Nombre del Docente:		Firma del Docente:

Indique si es:	Práctica en el Aula	Práctica en Laboratorio	Práctica en Empresa
<b>INSTRUCCIONES</b>			
Revisar las características que se solicitan y califique en la columna "Valor Obtenido" el valor asignado con respecto al "Valor del Reactivo". En la columna "OBSERVACIONES" haga las indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuales son las condiciones no cumplidas.			
Valor del reactivo	Característica a cumplir (Reactivo)	Valor Obtenido	OBSERVACIONES
5%	Investigación previa y preparación de materiales e insumos		
10%	Organización del trabajo, definición de roles y participación y de todos los miembros del equipo		
40%	Cálculos y análisis matemáticos correctos		
30%	Modelo físico (CAJA)		
15%	Contenido del reporte de la Práctica y Conclusiones, así como su entrega, en tiempo y forma		
100%	<b>CALIFICACIÓN:</b>		



**LISTA DE COTEJO DE PRÁCTICAS PARA LA APROXIMACIÓN DEL VOLUMEN DE UNA PIRÁMIDE**

**DATOS GENERALES DEL PROCESO DE EVALUACIÓN**

Nombre(s) del alumno(s) y/o Equipo:		Firma del alumno(s):
Producto: CONO CON OBJETOS DE RELLENO	Nombre del Trabajo de Investigación:	Fecha:
Asignatura: CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	Grupo:	Periodo cuatrimestral:
Nombre del Docente:		Firma del Docente:

Indique si es:	Práctica en el Aula	Práctica en Laboratorio	Práctica en Empresa
<b>INSTRUCCIONES</b>			
Revisar las características que se solicitan y califique en la columna "Valor Obtenido" el valor asignado con respecto al "Valor del Reactivo". En la columna "OBSERVACIONES" haga las indicaciones que puedan ayudar al alumno a saber cuales son las condiciones no cumplidas.			
Valor del reactivo	Característica a cumplir (Reactivo)	Valor Obtenido	OBSERVACIONES
5%	Investigación previa y preparación de materiales e insumos		
10%	Organización del trabajo, definición de roles y participación y de todos los miembros del equipo		
50%	Cálculos y análisis matemáticos correctos		
20%	Modelo físico (Cono con cuerpos de relleno)		
15%	Contenido del reporte de la Práctica y Conclusiones, así como su entrega, en tiempo y forma		
100%	<b>CALIFICACIÓN:</b>		

## GLOSARIO:

**Continuidad:** Sea  $f$  una función definida en un intervalo abierto que contiene a  $c$ . Decimos que  $f$  es continua en  $c$  si

$$\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$$

**Derivada:** La derivada de una función  $f$  es otra función  $f'$  cuyo valor para cualquier número  $x$  es:

$$f'(X) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

**Dominio:** Es todo el conjunto de valores para los que una determinada función matemática está definida.

**Función:** Una función  $f$  Es una regla de correspondencia que asocia a cada objeto  $x$  en un conjunto (**dominio**) un solo valor  $f(x)$  de un segundo conjunto. El conjunto de todos los valores así obtenidos se denomina **rango** de la función.

**Integral:** Llamamos a  $F$  una integral o antiderivada de  $f$  en el intervalo  $I$  si  $D_x F(x) = f(x)$  en  $I$ ; esto es, si  $F'(x) = f(x)$  para toda  $x$  en  $I$ .

También se llama integral al valor del área delimitada entre la curva  $f$ , el eje  $x$  y dos rectas verticales  $x=a$  y  $x=b$

**Límite:** Decir que  $\lim_{x \rightarrow c} f(X) = L$  significa que para cada  $\varepsilon > 0$  dada existe una correspondiente  $\delta > 0$ , tal que  $|f(x) - L| < \varepsilon$ , siempre que  $0 < |x - c| < \delta$ ; esto es,

$$0 < |x - c| < \delta \Rightarrow |f(x) - L| < \varepsilon$$

O en otras palabras; un límite  $\lim_{x \rightarrow c} f(X) = L$  significa que cuando  $x$  está cerca pero diferente de  $c$ , entonces  $f(x)$  está cerca de  $L$ .

**Punto de inflexión:** Sea una función  $f$  continua en  $c$ . Llamamos a  $(c, f(c))$  un **punto de inflexión** de la gráfica de  $f$ , si  $f$  es cóncava hacia arriba a un lado de  $c$  y cóncava hacia abajo del otro lado de  $c$ .

**Punto máximo:** El punto  $c$  es un punto máximo de una función  $f$ , si en él, la derivada de esa función es cero y además, la función es cóncava hacia abajo por ambos lados.

**Punto mínimo:** El punto  $c$  es un punto mínimo de una función  $f$ , si en él, la derivada de esa función es cero y además, la función es cóncava hacia arriba por ambos lados.

**Rango:** Es el conjunto de elementos relacionados con otros elementos por medio de una función matemática. También se le denomina conjunto imagen, codominio o contradominio.

## BIBLIOGRAFÍA

Título: Cálculo Diferencial e Integral

Autor: Stewart, J.

Año: 2006

Editorial: Thomson (2ª)

Lugar: México

ISBN o registro: 970-686-127-0

Título: Cálculo

Autor: Larson, R., Hostetler, R. y Edwards, B.

Año: 2005

Editorial: McGraw-Hill Interamericana (8ª)

Lugar: México

ISBN o registro: 5-88417-028-9

Título: Cálculo

Autor: Ayres, F., Mendelson, E.

Año: 2000

Editorial: McGraw-Hill

Lugar: Colombia

ISBN o registro: 958-41-0131-5